

CCF 全国青少年信息学奥林匹克联赛

NOIP 模拟赛 2025-11-23

时间：2025 年 11 月 23 日 8:30 ~ 12:00

题目名称	李大厨的合并艺术	龙哥的速递	李大厨的自动上菜系统	李大厨的糖艺树
题目类型	传统型	传统型	传统型	传统型
目录	merging	delivery	serving	tree
可执行文件名	merging	delivery	serving	tree
输入文件名	merging.in	delivery.in	serving.in	tree.in
输出文件名	merging.out	delivery.out	serving.out	tree.out
每个测试点时限	2.0 秒	2.0 秒	2.0 秒	2.0 秒
内存限制	512 MiB	512 MiB	512 MiB	512 MiB
测试点数目	20	20	20	20
测试点是否等分	是	是	是	是

提交源程序文件名

对于 C++ 语言 | merging.cpp | delivery.cpp | serving.cpp | tree.cpp

编译选项

对于 C++ 语言 | -O2 -std=c++14 -static

注意事项（请仔细阅读）

1. 文件名（程序名和输入输出文件名）必须使用英文小写。
2. `main` 函数的返回值类型必须是 `int`，程序正常结束时的返回值必须是 0。
3. 提交的程序代码文件的放置位置请参考各省的具体要求。
4. 因违反以上三点而出现的错误或问题，申诉时一律不予受理。
5. 若无特殊说明，结果的比较方式为全文比较（过滤行末空格及文末回车）。
6. 选手提交的程序源文件必须不大于 100KB。
7. 程序可使用的栈空间内存限制与题目的内存限制一致。
8. 本次测评全部采用子任务捆绑测试。

A. 李大厨的合并艺术 (merging)

题目背景

DachuLi (李大厨) 是OI届赫赫有名的美食家，尤其擅长制作一种名为“魔力面团”的神秘料理。这种面团极其珍贵，每一团都蕴含着独特的魔力值。

为了筹备即将到来的“龙门宴”，**Longge (龙哥)** 采购了大量的魔力面团，并委托李大厨进行处理。然而，厨房的储存空间寸土寸金，如果面团的数量太多，冰箱根本塞不下。好在，这种面团拥有一种神奇的物理特性：两团**大小相同的**面团可以融合，生成一团更大的新面团。

作为李大厨的得意门生，**XiaochuZhang (张小厨)** 接到了师傅的指令：利用融合特性，将面团的总数量减至最少，以便能够全部塞进冰箱。但面对成堆的数据，张小厨犯了难，于是他向你发出了求助信号。

题目描述

厨房里最初有 N 种不同尺寸的魔力面团。具体来说，对于第 i 种 ($1 \leq i \leq N$)，其单一面团的尺寸为 S_i ，数量为 C_i 。

张小厨可以按照任意顺序、任意次数（包括 0 次）重复进行以下“融合操作”：

- 选出两团**尺寸相同的**面团。假设被选中的面团尺寸均为 X ，它们将融合生成一团尺寸为 $2X$ 的新面团。融合后，原来的两团面团消失，新面团保留。

Longge 希望最终剩下的面团总数尽可能少。请你通过编写程序，计算出在合理安排融合操作后，最少能剩下多少团面团。

输入格式

输入数据从标准输入读入。

第一行包含一个整数 N ，表示面团的种类数。接下来 N 行，每行包含两个整数 S_i 和 C_i ，分别表示第 i 种面团的尺寸和初始数量。

输出格式

输出一行一个整数，表示通过融合操作后，可能剩下的最小面团总数。

样例 #1

输入 #1

```
3
3 3
5 1
6 1
```

输出 #1

```
3
```

样例 #2

输入 #2

```
3  
1 1  
2 1  
3 1
```

输出 #2

```
3
```

样例 #3

输入 #3

```
1  
1000000000 1000000000
```

输出 #3

```
13
```

说明/提示

样例解释 1

最初，尺寸为 3 的面团有 3 个，尺寸为 5 的面团有 1 个，尺寸为 6 的面团有 1 个。张小厨可以进行如下操作：

1. 选择两个尺寸为 3 的面团融合。此时，尺寸为 3 的剩 1 个，尺寸为 5 的 1 个，尺寸为 6 的面团变为 $1 + 1 = 2$ 个（原有 1 个，新生成 1 个）。
2. 接着，选择两个尺寸为 6 的面团融合。此时，尺寸为 3 的剩 1 个，尺寸为 5 的 1 个，尺寸为 12 的 1 个。

无论如何继续操作，都无法将数量减少到 2 个以下，因此输出 3。

样例解释 2

所有面团尺寸互不相同 $(1, 2, 3)$ ，且每种只有一个，无法进行任何融合操作。

数据范围与子任务

对于所有测试数据，满足：

- $1 \leq N \leq 10^5$
- $1 \leq S_i \leq 10^9$
- $1 \leq C_i \leq 10^9$
- S_1, S_2, \dots, S_N 互不相同。

- 输入均为整数。

特殊性质 A: 保证对于所有 $1 \leq i \leq N$, S_i 均为 2 的非负整数次幂 (即 $1, 2, 4, 8, \dots$) 。 **特殊性质 B:** 保证对于所有 $1 \leq i \leq N$, S_i 均为奇数。

子任务	分值	$N \leq$	特殊性质
1	10	5	-
2	15	10^5	A
3	15	10^5	B
4	20	2000	-
5	40	10^5	-

B. 龙哥的速递 (delivery)

题目背景

Longge (龙哥) 的“龙门宴”即将开席，但主菜所需的珍稀食材还差最后一道工序。这就需要他的得力助手 **XiaochuZhang (张小厨)** 带着处理好的食材，穿过繁忙的“美食方格城”，将其火速送往位于宴会厅的 Longge 手中。

美食方格城可以看作一个二维平面。张小厨目前位于起点 $(0, 0)$ ，而 Longge 正在终点 (n, n) 焦急地等待。

题目描述

为了尽快送达且遵守交通规则，张小厨的移动必须满足以下限制：

1. 只能进行**向右** (x 坐标增加) 或**向上** (y 坐标增加) 的移动。
2. 移动的过程由若干段连续的直线运动组成。
 - 开始时，张小厨可以选择向右或向上出发。
 - 选定方向后，他必须前进一段正整数长度的距离。
 - 之后，他必须改变方向（从右转为上，或从上转为右），并重复上述过程。
3. 张小厨并不喜欢频繁转弯，因此他最多只会改变 $n - 1$ 次方向。这意味着他的路径最多由 n 条线段组成。

显然，满足条件的路径最终会形成一条从 $(0, 0)$ 到 (n, n) 的折线，且竖直和水平线段交替出现。

然而，城市中不同路段的“通行费”是不同的。这取决于这是张小厨第几次进行直线运动。已知一个长度为 n 的数组 c_1, c_2, \dots, c_n ，其中 c_i 表示第 i 条线段的**单位长度通行费**。

如果张小厨的路径由 k 条线段组成 ($k \leq n$)，且第 j 条线段的长度为 $length_j$ ，那么这条路径的总花费为：Total Cost = $\sum_{j=1}^k (c_j \times length_j)$

张小厨希望选择一条合理的路径（决定线段的数量以及每条线段的长度），使得总花费最小。请你帮他计算出这个最小花费。

输入格式

输入包含多组测试数据。第一行包含一个整数 t ($1 \leq t \leq 1000$)，表示测试用例数量。

对于每组测试用例：

- 第一行包含一个整数 n ($2 \leq n \leq 10^5$)，表示终点坐标为 (n, n) ，同时也限制了最大线段数。
- 第二行包含 n 个整数 c_1, c_2, \dots, c_n ($1 \leq c_i \leq 10^9$)，依次表示第 1 到第 n 条线段的单位长度通行费。

保证所有测试用例中 n 的总和不超过 10^5 。

输出格式

对于每个测试用例，输出一行一个整数，表示从 $(0, 0)$ 到 (n, n) 的最小总通行费。

样例 #1

输入 #1

```
3  
2  
13 88  
3  
2 3 1  
5  
4 3 2 1 4
```

输出 #1

```
202  
13  
19
```

说明/提示

样例解释 1

为了到达 $(2, 2)$, 张小厨至少需要转弯一次, 因此路径恰好由 2 条线段组成 (一条水平, 一条竖直, 长度均为 2)。总代价为 $2 \times c_1 + 2 \times c_2 = 2 \times 13 + 2 \times 88 = 26 + 176 = 202$ 。

样例解释 2

一条最优路径由 3 条线段组成:

1. 第一段 (假设向右) 长度为 1, 单位花费 $c_1 = 2$ 。花费 $1 \times 2 = 2$ 。
2. 第二段 (向上) 长度为 3, 单位花费 $c_2 = 3$ 。花费 $3 \times 3 = 9$ 。
3. 第三段 (向右) 长度为 2, 单位花费 $c_3 = 1$ 。花费 $2 \times 1 = 2$ 。总水平距离 $1 + 2 = 3 = n$, 总竖直距离 $3 = n$, 符合要求。总代价为 $2 + 9 + 2 = 13$ 。

数据范围与子任务

对于所有数据, 满足 $1 \leq t \leq 1000$, $\sum n \leq 10^5$, $1 \leq c_i \leq 10^9$ 。

特殊性质 A: 保证对于所有 i , 有 $c_i = K$ (K 为常数)。**特殊性质 B:** 保证对于所有 $i < j$, 有 $c_i < c_j$ (即通行费严格递增)。

子任务	分值	$n \leq$	特殊性质
1	10	5	-
2	15	10^5	A
3	15	10^5	B
4	20	2000	-
5	40	10^5	-

C. 李大厨的自动上菜系统 (serving)

题目背景

为了应对“龙门宴”上络绎不绝的宾客，**DachuLi (李大厨)** 发明了一套革命性的“魔力自动传输系统”。这套系统由多个复杂的传送节点和轨道组成，旨在将菜品从厨房（节点 1）迅速送达宴会厅的主桌（节点 n ）。

勤劳的 **XiaochuZhang (张小厨)** 负责护送一道名为“游龙戏珠”的压轴大菜通过这套系统。然而，这套系统的轨道连接并不是固定的，而是像交通信号灯一样周期性变化的。李大厨声称这是为了“均衡负载”，但张小厨觉得这纯粹是师父在炫技。

现在，张小厨正站在节点 1 的入口处，时间 $t = 0$ 。他需要做出最明智的决策，以便在最短的总时间内将菜品送达节点 n 。如果有多种方案的总时间相同，作为完美主义者，他希望他在传送过程中**原地等待**的时间尽可能少。

题目描述

该系统包含 n 个节点和 m 条双向传送轨道。节点编号为 1 到 n 。这是一个简单无向连通图（无重边，无自环）。

系统运行规则如下：

1. **初始状态**：在第 0 秒时，张小厨位于节点 1。

2. 移动规则

：假设经过了 t 秒后，张小厨位于节点 u 。在这一秒内（即从第 t 秒到第 $t + 1$ 秒），他必须在以下两个行动中选择一个：

- **原地等待**：花费 1 秒时间，仍然停留在节点 u 。此操作会增加 1 秒的总耗时，并增加 1 秒的“等待时间”。

- **跟随轨道移动**

- 花费 1 秒时间，沿当前开放的轨道移动到相邻节点。

- 节点 u 连接了 $\deg(u)$ 条轨道。这些轨道按照输入的顺序编号为 1 到 $\deg(u)$ 。

- 在第 t 秒，只有第 $(t \bmod \deg(u)) + 1$ 条轨道是开放的。

- 选择此操作会增加 1 秒的总耗时，但**不增加**“等待时间”。

- 注： $x \bmod y$ 表示 x 除以 y 的余数。

请你帮助张小厨计算：

1. 从节点 1 到达节点 n 所需的**最短总耗时**。

2. 在满足总耗时最短的前提下，能够实现的**最小累计等待时间**。

输入格式

第一行包含一个整数 T ($1 \leq T \leq 1000$)，表示测试用例的数量。

对于每个测试用例：

- 第一行包含两个整数 n, m ($2 \leq n \leq 5000, n - 1 \leq m \leq \frac{n(n-1)}{2}$)，分别表示节点数和轨道数。
- 接下来 m 行，每行包含两个整数 u_i, v_i ($1 \leq u_i, v_i \leq n$)，表示在节点 u_i 和 v_i 之间存在一条双向轨道。

- 注意：输入的边顺序决定了每个节点连接轨道的编号顺序。对于节点 u , 它连接的第 k 条轨道是指在输入中第 k 次出现包含 u 的那条边。

数据保证图是连通的，且所有测试用例的 n 之和不超过 5000, m 之和不超过 5×10^5 。

输出格式

对于每个测试用例，输出一行两个整数，分别表示**最短总耗时**和**最小等待时间**。

样例 #1

输入 #1

```
2
6 6
1 2
2 3
3 4
4 6
1 5
5 6
4 3
1 2
1 3
1 4
```

输出 #1

```
4 2
3 0
```

说明/提示

样例解释

第一个测试用例： 最优策略如下：

- $t = 0$ 时：在节点 1 等待 1 秒。（总耗时 1, 等待 1）
- $t = 1$ 时：节点 1 连出的边按输入顺序为 $(1, 2)$ 和 $(1, 5)$ 。 $\deg(1) = 2$ 。此时 $1 \bmod 2 + 1 = 2$ ，即第 2 条边 $(1, 5)$ 开放。张小厨移动到节点 5。（总耗时 2, 等待 1）
- $t = 2$ 时：在节点 5 等待 1 秒。（总耗时 3, 等待 2）
- $t = 3$ 时：节点 5 连出的边为 $(1, 5)$ 和 $(5, 6)$ 。 $\deg(5) = 2$ 。此时 $3 \bmod 2 + 1 = 2$ ，即第 2 条边 $(5, 6)$ 开放。张小厨移动到节点 6。（总耗时 4, 等待 2）到达终点，总耗时 4，总等待时间 2。

第二个测试用例：

- $t = 0$ ：节点 1 的第 1 条边 $(1, 2)$ 开放，移至 2。
- $t = 1$ ：节点 2 只有一条边 $(1, 2)$ ，开放，移回 1。
- $t = 2$ ：节点 1 的第 3 条边 $(1, 4)$ 开放，移至 4。虽然绕了路，但没有等待，且总时间 3 是最短的（直接等待特定边的耗时会更长）。

数据范围与子任务

对于所有数据，满足 $1 \leq T \leq 1000$, $\sum n \leq 5000$, $\sum m \leq 5 \times 10^5$ 。

特殊性质 A: 图是一条链，即 $1 - 2 - 3 - \dots - n$, 且边的输入顺序即为连接顺序。

子任务	分值	$n \leq$	$\sum n \leq$	特殊性质
1	10	10	100	-
2	15	5000	5000	A
3	20	200	1000	-
4	25	2000	2000	-
5	30	5000	5000	-

D. 李大厨的糖艺树 (tree)

题目背景

在 Longge (龙哥) 的盛大宴会上，甜点环节总是最受期待的。这一次，DachuLi (李大厨) 耗时七四十九天，用各色珍稀糖果构建了一棵宏伟的“七宝糖艺树”。

这棵树由 N 颗糖果节点组成，并通过 $N - 1$ 根糖棒连接，形成一个标准的树状结构。每一颗糖果都有其独特的口味，我们用整数 A_i 来表示第 i 颗糖果的口味编号。

Longge 作为一个讲究人，他希望 XiaochuZhang (张小厨) 能从这棵大树上掰下一块完整的“精华枝丫”作为主宾的礼物。所谓的“精华枝丫”，是指从原树中选出一个非空的糖果节点集合 S ，满足以下苛刻的审美要求：

1. **结构连通**：集合 S 对应的诱导子图必须是一棵树（即在原树中， S 中的节点也是连通的）。
2. **末端纯粹**：这块“枝丫”的所有“末端”节点（即在诱导子图中度数为 1 的节点）必须拥有完全相同的口味。

张小厨看着这棵复杂的糖艺树，急得满头大汗。请你帮他算一算，一共有多少种不同的取法（即满足条件的集合 S 的个数）？答案可能很大，请对 998244353 取模。

题目描述

给定一棵包含 N 个顶点的树 T ，顶点编号为 1 到 N 。第 i 条边连接顶点 u_i 和顶点 v_i 。此外，每个顶点 i 都有一个颜色值 A_i 。

你需要计算满足以下条件的 T 的顶点非空子集 S 的个数：

- S 所对应的诱导子图 G' 满足：
 - G' 是一棵树（即 S 在 T 中是连通的）。
 - G' 中所有度数为 1 的顶点的颜色都相同。
 - （注：如果 G' 只有一个顶点，它没有度数为 1 的顶点，条件视为自动满足）。

输出方案数模 998244353 的结果。

输入格式

第一行包含一个整数 N 。第二行包含 N 个整数 A_1, A_2, \dots, A_N ，表示每个顶点的颜色。接下来 $N - 1$ 行，每行包含两个整数 u_i, v_i ，表示树上的一条边。

输出格式

输出一行一个整数，表示满足条件的集合 S 的个数模 998244353。

样例 #1

输入 #1

```
3
1 2 1
1 2
2 3
```

输出 #1

```
4
```

样例 #2

输入 #2

```
5
2 2 1 1 1
2 5
3 4
1 3
1 5
```

输出 #2

```
9
```

样例 #3

输入 #3

```
15
5 3 5 1 1 4 4 4 2 5 5 4 4 2 5
3 13
4 10
7 11
8 9
2 10
2 14
5 11
5 6
6 13
12 13
9 14
9 13
1 13
1 15
```

输出 #3

```
48
```

说明/提示

样例解释 1

满足条件的集合 S 有：

- $\{1\}$: 单点, 颜色 1。满足。
 - $\{2\}$: 单点, 颜色 2。满足。
 - $\{3\}$: 单点, 颜色 1。满足。
 - $\{1, 2, 3\}$: 路径 1-2-3。末端是 1 和 3, 颜色均为 1。满足。注意 $\{1, 2\}$ 的末端是 1(颜色1) 和 2(颜色2), 不满足。
-

数据范围与子任务

对于所有数据, 满足 $1 \leq N \leq 2 \times 10^5$, $1 \leq A_i \leq N$, 输入保证是一棵树。

特殊性质 A: 保证所有 A_i 互不相同。 **特殊性质 B:** 保证所有 A_i 均相同 (例如全部为 1)。

子任务	分值	$N \leq$	特殊性质
1	10	15	-
2	10	2×10^5	A
3	15	2×10^5	B
4	25	2000	-
5	40	2×10^5	-